



[www.dinochen.com](http://www.dinochen.com)

# DinoStru 结构笔记课程

---

DINOSTRU 公开课，第08课

有限元编程入门 常应变单元

Finite Element Method and Program CST element

微信公众号: dinostru

扫码关注 DinoStru 公开课



DinoChen.com  
陈学伟的博客



微信公众号平台  
微信搜 DINOSTRU



## 小广告时间

# 第二届复杂建筑结构弹塑性分析技术交流会

2016年10月20-21日 中国 苏州

点击图片，查看详情

主办单位：中衡设计集团股份有限公司、中国建设科技集团股份有限公司、《建筑结构》杂志社

承办单位：《建筑结构》杂志社、亚太建设科技信息研究院有限公司

协办单位：上海佳构软件科技有限公司

会议时间：2016年10月20-21日（其中19日报到，20日全天、21日上午报告，21日下午工程参观）

会议地点：苏州金陵观园国际酒店(苏州工业园区翠薇街168号)

工程参观：苏州现代传媒广场+苏州中心广场

【Dino主讲内容】PERFORM-3D的二次开发及工程应用

PERFORM-3D的二次开发：介绍ETP的开发，过程中介绍一下ETA

工程实例：深圳岗厦金地大百汇（380米），超高层混合框筒结构

现场参加会议送弹塑性分析学习资料！

[会议相关报名网站] <http://www.buildingstructure.cn/Item/17403.aspx>



### 问题 Q&A (Question and Answer)

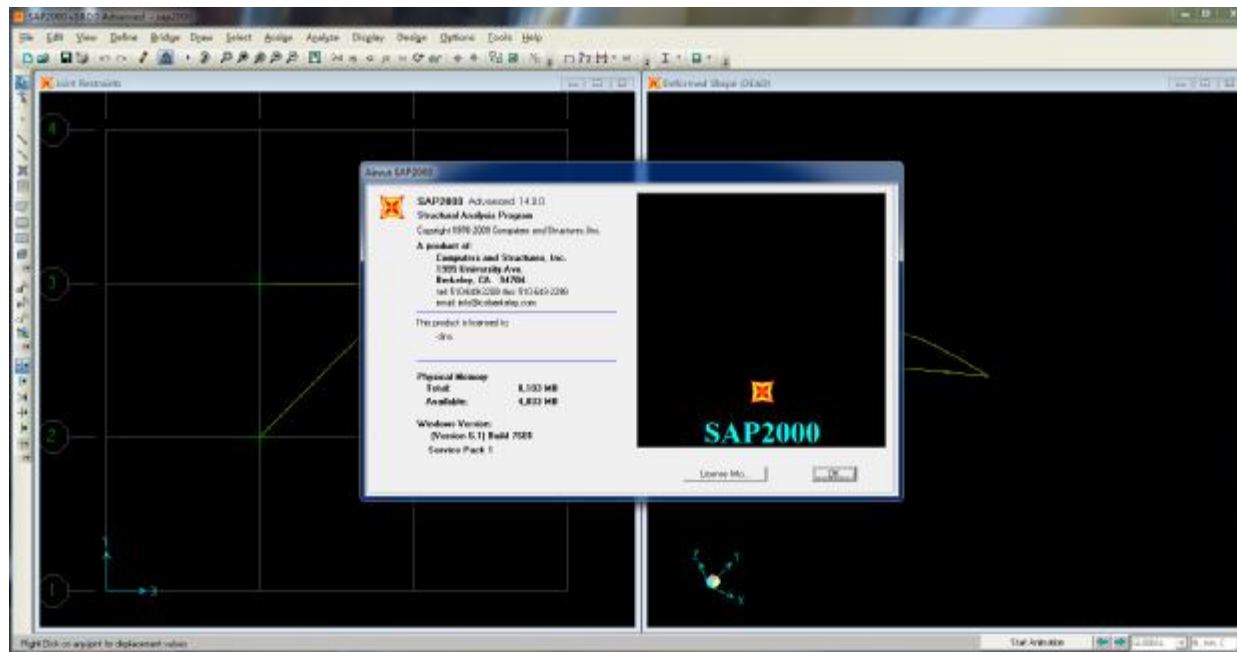
啊木 [2016-09-12 09:57 AM]

陈博，您好，想请教下如何通过软件提取结构有限元模型的刚度矩阵与质量矩阵。  
哪个软件可以实现呢？

sap2000

tangming0512 [2016-09-12 09:13 AM]

陈博士好棒，非常感谢您的分享，希望能够分享更多的编程课程 🙌



## 微信公众号下一课(第8课)的投票结果

投票名称 Dino公开课下一讲(第8课)  
只用于投票管理后台，不显示在下发的投票内容中

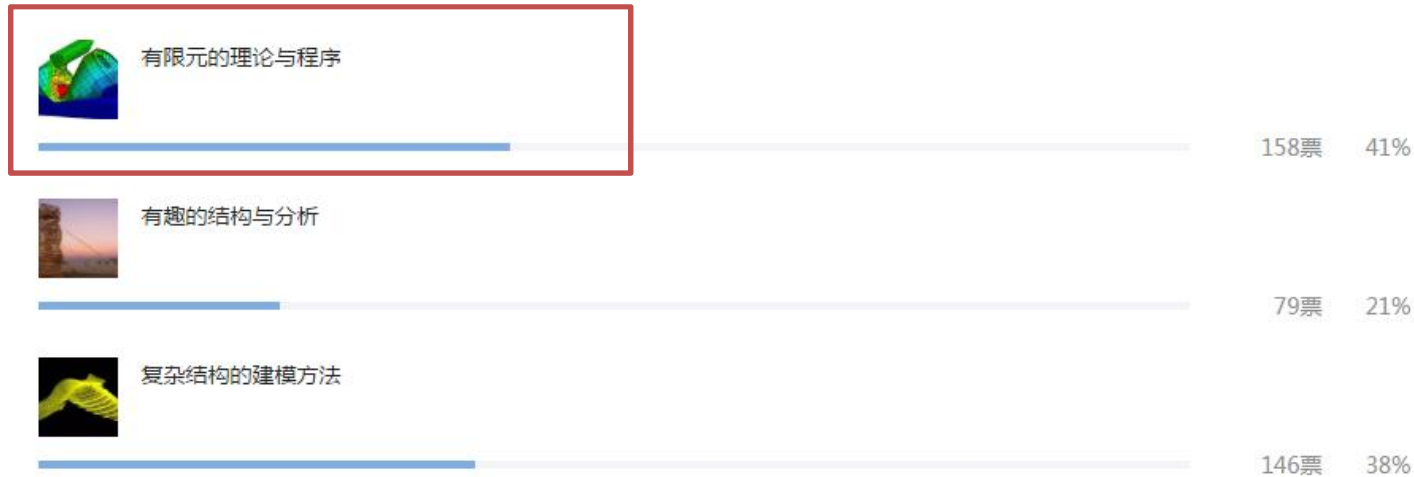
有效时间 2016年09月11日 02:45 至  
2016年09月16日 00:00 已过期

投票权限 所有人都可参与

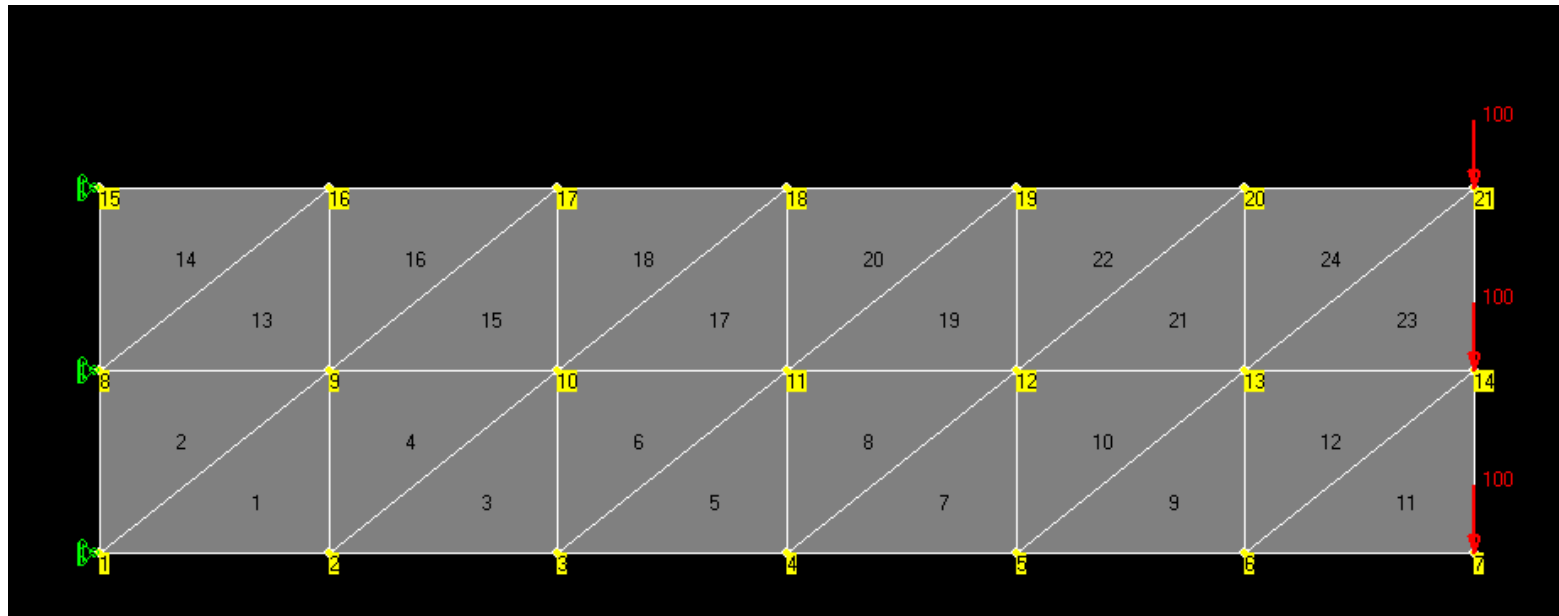
投票人数 383人

有限元理论均用于编程  
编程是学习有限元理论最深入的方法

### 1. Dino公开课下一讲(第8课)

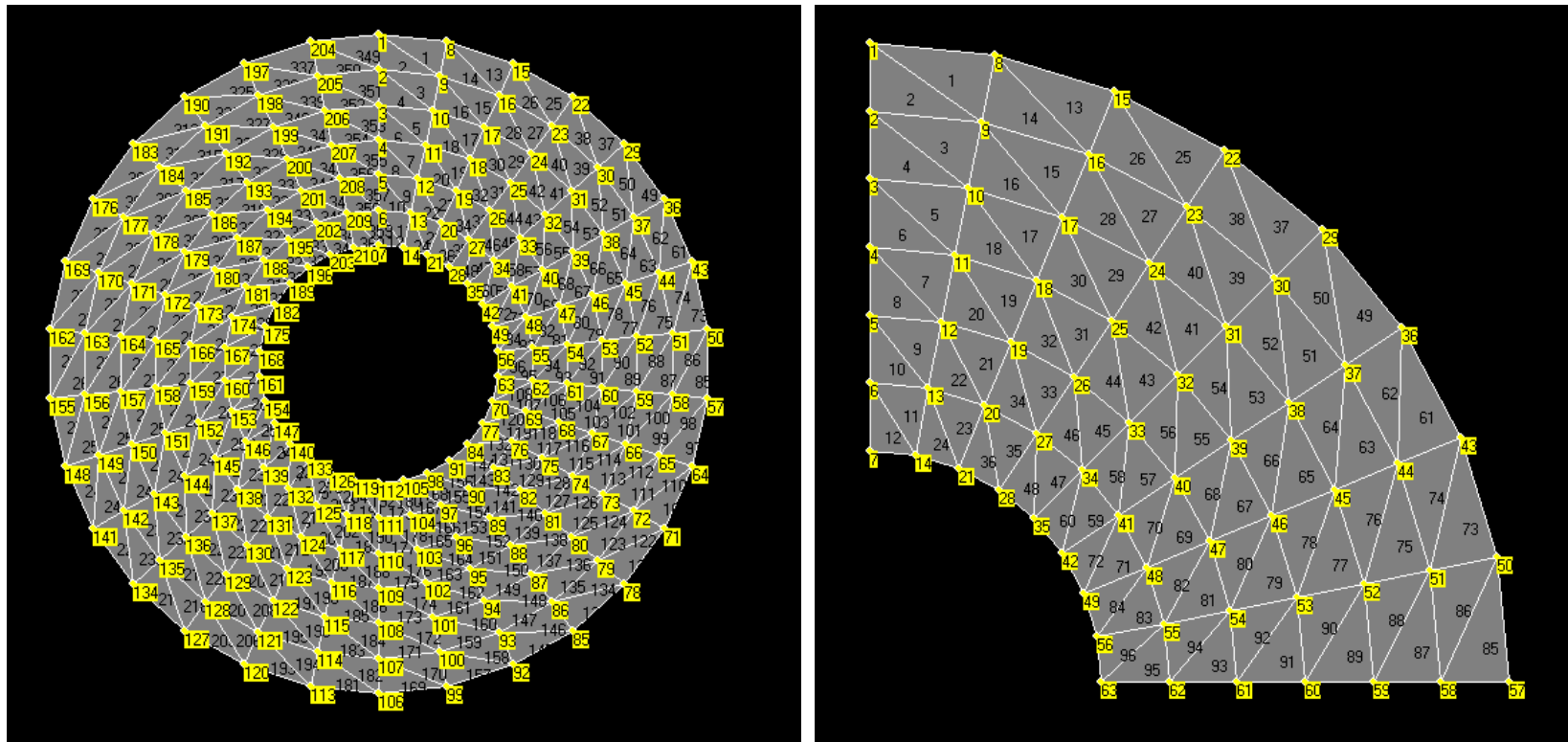


### 最最简单的有限元理论课（常应变单元）



- (1) 结点：平面坐标 $x,y$
- (2) 单元：三角形单元（常应变单元）
- (3) 材料：弹性材料（ $E,\mu$ ）
- (4) 外力荷载：点荷载
- (5) 约束条件：约束支座

### 最最简单的有限元理论课（常应变单元）



截面划分

### 最最简单的有限元理论课（常应变单元）

- (1) 结点属性 NODE 1 X, Y
- (2) 单元属性 ELEMENT 4, 5, 6, E, Mi $\nu$ ,
- (3) 支座条件 NODE 1 1, 1 0表示FREE, 1表示约束
- (4) 外力条件 NODE 1, 100, 0, 0 表示 NODE 1 施加100的水平力

$$[K] \{u\} = \{p\}$$

$$\{u\} = [K]^{-1} \{p\}$$

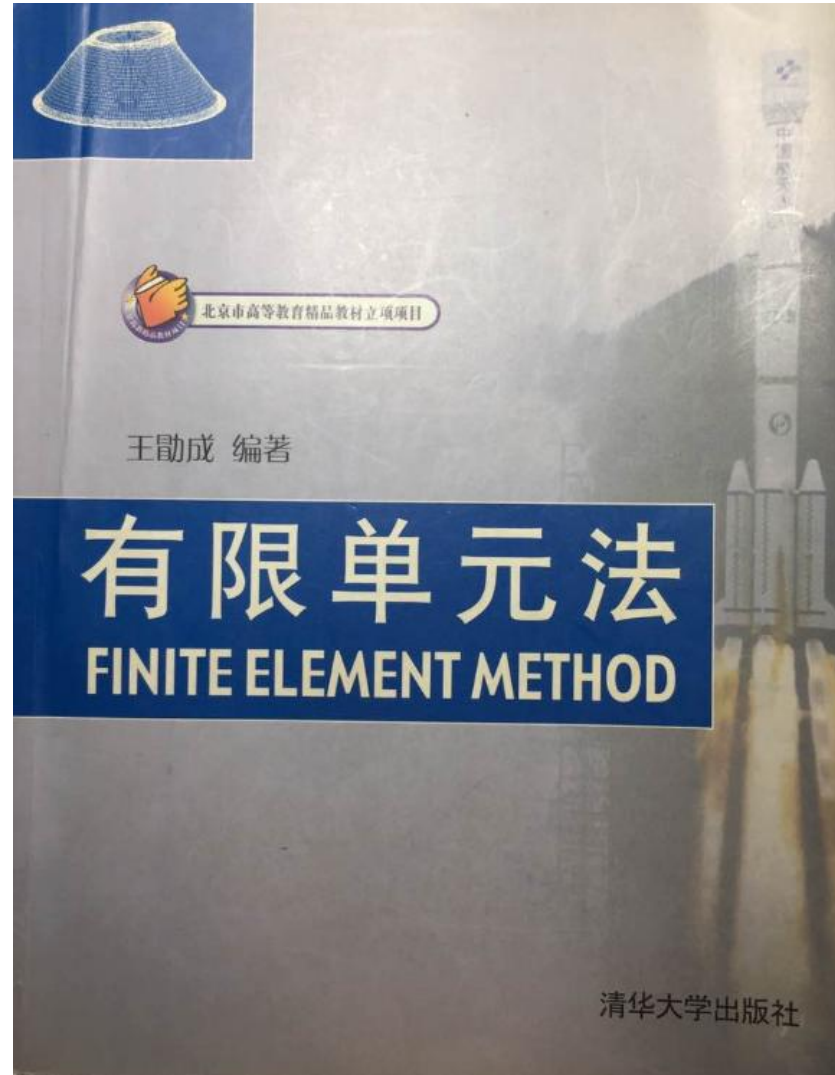
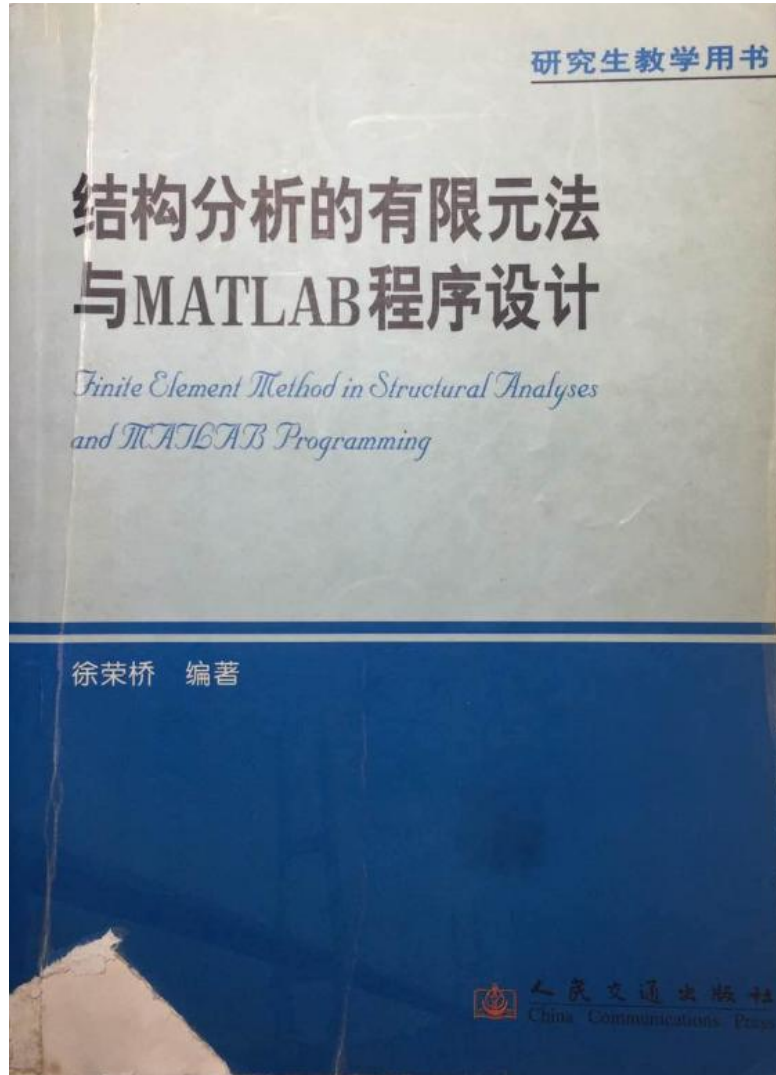
← 静力学基本方程

← 求解总刚度矩阵



## 编程过程

- (1) 准备计算的已知条件，结点、单元、材料、支座、外力
- (2) 形成单元刚度矩阵
- (3) 支座条件修改总刚度矩阵  $[k]$
- (4) 外力形成力向量  $\{p\}$
- (5) 高斯迭代法计算出位移向量  $\{u\}$
- (6) 通过位移向量求出单元变形
- (7) 通过单元变形求出单元应力



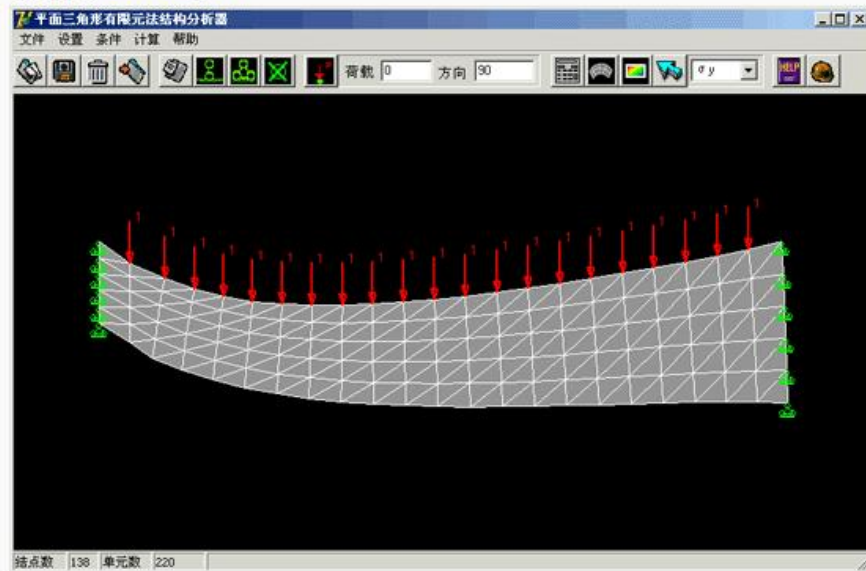
<http://www.dinochen.com/article.asp?id=18>

### DinoPTESAP v1.0 常应力(应变)单元有限元程序的开发

DinoPTESAP v1.0 这是我本科时候的作品，与Dino Sap v1.0 一样通过编程的方法去了解及体会静力学有限元方法的基本原理，通过一些美术功底与前后处理技术，并参考美国的SAP4源程序（我认为学生有限元的学生一定要看的源代码）开发的第二个有限元程序，当然第一个是DINOSAP，这两个程序是练手之作来的。常应变(应力)三角形单元CST的原理在有限元法一书（王勖成）或弹性力学（徐芝纶）一书都有介绍，原理与编制过程我就不详细阐述，学习有限元的学生通过编写这个程序会基本了解弹性静力学有限元的基本过程。在sap2000，ANSYS等程序中，都已经没有CST单元了，基本上最小阶次的单元都是二次元，教师在用ANSYS教学有限元时，往往不能SHOW一下常应变(应力)三角形单元的不足之处。这个程序就可以能过图形直观了体现常应变(应力)单元的性能了。

结构有限元模型采用3DSMAX建模后导入，3DSMAX有部分插件是可以实现网格划分的。导入后，在DINO PTESAP中建立约束，荷载，厚度弹性模量等信息后进行静力分析，最后结果可以显示变形及应力（应变）云图。

点击下载Dino PteSap v1.0



程序界面图（结构变形图）

形成单元刚度矩阵（CST单元。常应变单元）

$$\mathbf{K}^e = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} & K_{im} \\ K_{ji} & K_{jj} & K_{jm} \\ K_{mi} & K_{mj} & K_{mm} \end{bmatrix} \quad (4-50)$$

式中

$$K_{rs} = \mathbf{B}_r^T \mathbf{D} \mathbf{B}_s h \Delta = \frac{Eh A}{4(1-\mu^2)} \begin{bmatrix} b_r b_s + \frac{1-\mu}{2} c_r c_s & \mu b_r c_s + \frac{1-\mu}{2} c_r b_s \\ \mu c_r b_s + \frac{1-\mu}{2} c_s b_r & c_r c_s + \frac{1-\mu}{2} b_r b_s \end{bmatrix} \quad (r, s = i, j, m) \quad (4-51)$$

形成单元刚度矩阵（CST单元。常应变单元[6x6]）

$$K^e = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} & K_{im} \\ K_{ji} & K_{jj} & K_{jm} \\ K_{mi} & K_{mj} & K_{mm} \end{bmatrix}$$

		[ke] =	
		k11	k12
		k21	k22
		k31	k32
			k33

$$K_{rs} = B_r^T D B_s h \Delta = \frac{Eh}{4(1-\mu^2)\Delta} \begin{bmatrix} b_r b_s + \frac{1-\mu}{2} c_r c_s & \mu b_r c_s + \frac{1-\mu}{2} c_r b_s \\ \mu c_r b_s + \frac{1-\mu}{2} c_s b_r & c_r c_s + \frac{1-\mu}{2} b_r b_s \end{bmatrix}$$

(r, s = i, j, m) (4-51)

k31 =	$\begin{bmatrix} b_3 b_1 + (1-\mu)/2 * c_3 * c_1 & \mu * b_3 c_1 + (1-\mu)/2 * c_3 * b_1 \\ \mu * c_3 b_1 + (1-\mu)/2 * c_3 * b_1 & c_3 c_1 + (1-\mu)/2 * b_3 * b_1 \end{bmatrix}$	

形成单元刚度矩阵（CST单元。常应变单元）

$$19. \quad a_i = x_j * y_m - x_m * y_j ;$$

$$20. \quad a_j = x_m * y_i - x_i * y_m ;$$

$$21. \quad a_m = x_i * y_j - x_j * y_i ;$$

$$22. \quad b_i = y_j - y_m ;$$

$$23. \quad b_j = y_m - y_i ;$$

$$24. \quad b_m = y_i - y_j ;$$

$$25. \quad c_i = -(x_j - x_m) ;$$

$$26. \quad c_j = -(x_m - x_i) ;$$

$$27. \quad c_m = -(x_i - x_j) ;$$

$$28. \quad \text{area} = (a_i + a_j + a_m) / 2 ;$$



扫码关注 DinoStru 公开课



DinoChen.com  
陈学伟的博客



微信公众号平台  
微信搜 DINOSTRU

